

HERTENTAMEN PLANETENSTELSELS

13 JULI 2015, 14.00- 17.00

LEES ONDERSTAANDE GOED DOOR:

- ▶ **DIT TENTAMEN OMVAT DRIE OPGAVES.**
- ▶ **OPGAVE 1: 3.5 PUNTEN**
OPGAVE 2: 2.5 PUNTEN
OPGAVE 3: 2.0 PUNTEN
- ▶ **HET EINDCIJFER OMVAT DE DRIE TENTAMENOPGAVES EN HET PUNT VOOR HET WERKCOLLEGE.**
- ▶ **BELANGRIJK:**
MAAK IEDERE OPGAVE OP EEN SEPARAAT BLAD, OMDAT DE OPGAVES AFZONDERLIJK WORDEN NAGEKEKEN.
- ▶ **SCHRIJF OP IEDER BLAD JE NAAM EN STUDENTNUMMER**
- ▶ **SCHRIJF DUIDELIJK EN WERK OVERZICHTELIJK**
- ▶ **KLAD WORDT NIET NAGEKEKEN**
- ▶ **HET GEBRUIK VAN EEN REGULIERE REKENMACHINE IS TOEGESTAAN**
- ▶ **BIJ CONSTATERING VAN FRAUDE WORDT VERDERE PARTICIPATIE AAN HET TENTAMEN UITGESLOTEN**
- ▶ **HEEL VEEL SUCCES**
EN ALVAST EEN GOEDE VAKANTIE TIJD TOEGEWENST !

OPGAVE 1

- a) Morgen, 14 Juli, vliegt het ruimtevaartuig 'New Horizons' langs Pluto en zijn grote maan Charon. Een jaar op Pluto duurt 248.2 Aardse jaren. Bereken de minimale afstand die 'New Horizons' heeft moeten afleggen om vanaf Aarde naar Pluto te reizen, wanneer je mag aannemen dat zowel de Aarde als Pluto in mooie cirkelbanen om de zon draaien.

De minimale afstand betreft de afstand tijdens een oppositie van Aarde en Pluto.

Afstand Zon-Pluto: $P^2/a^3 = 1$ (in jaar/AU) $\rightarrow a = P^{2/3} = 248.2^{2/3} = 39.5$ AU

Afstand Zon-Aarde: 1 AU

→ Dus minimale afstand bedraagt 38.5 AU.

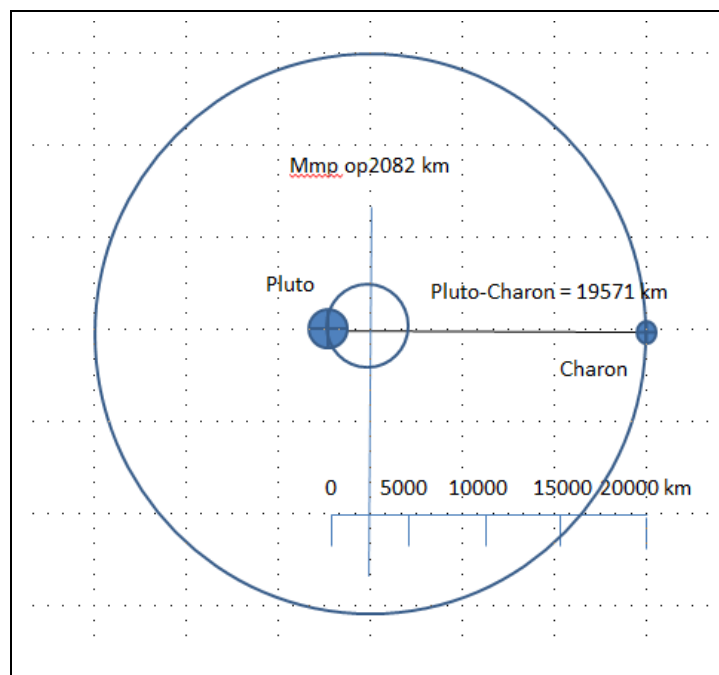
- b) De massa van Pluto bedraagt $1,302 \times 10^{22}$ kg en een straal van 1162 km. Bereken de valversnelling op Pluto.

$$F_{g,Pluto} = G m_1 m_2 / r^2 = m_1 g_{Pluto} \rightarrow g_{Pluto} = G m_2 / r^2 =$$

$$6.67 \times 10^{-11} \cdot 1,302 \times 10^{22} / (1162 \times 10^3)^2 = 0.65 \text{ m/s}^2$$

- c) De maan Charon heeft een massa van $1,550 \times 10^{21}$ kg, een straal van ongeveer 603 km en staat op een afstand van 19571 km van Pluto.

Teken in een diagram zo precies mogelijk (positie massamiddelpunt) hoe Pluto en Charon om elkaar heen draaien. Ga uit van cirkelvormige banen.



Bereken allereerst positie massamiddelpunt (definieer $r_1 = 0$):

$$(m_{\text{Pluto}} r_1 + m_{\text{Charon}} r_2) / (m_1 + m_2) =$$

$$(0 + 1,550 \times 10^{21} \times 19571) / (1,302 \times 10^{22} + 1,550 \times 10^{21}) = 2082 \text{ km}$$

Gerekend vanaf Pluto. Massa middelpunt ligt dus duidelijk buiten straal Pluto.

- d) Tijdens oppositie is de schijnbare magnitude van Pluto $m = 16.5$. Bereken de albedo van Pluto.

Om de albedo te kunnen bepalen moeten we berekenen hoeveel licht van de zon op Pluto valt en hoeveel daarvan weer wordt terug gereflecteerd.

Neem afstand $d = 39.5 \text{ AU}$ (let op: consistent gebruik m of km !)

Licht vanaf zon op Pluto:

$$[L_{\text{zon}} / 4\pi d_{\text{zon-Pluto}}^2] [\pi r_{\text{Pluto}}^2] = L_{\text{zon}} [r_{\text{Pluto}}^2 / 4d^2] =$$

$$3.9 \times 10^{26} [1162^2 / 4 \times (39.5 \times 149.6 \times 10^6)^2] = 3.77 \times 10^{12} \text{ W}$$

Licht vanaf Pluto naar Aarde:

$$[L_{\text{pluto}} / 4\pi d_{\text{Pluto-Aarde}}^2] [\pi r_{\text{Aarde}}^2] = L_{\text{pluto}} [r_{\text{Aarde}}^2 / 4d^2] =$$

$$3.77 \times 10^{12} \times [6371^2 / 4 \times (38.5 \times 149.6 \times 10^6)^2] = 1.15 \text{ W}$$

$$\text{dus per vierkante meter: } 1.15 \text{ W} / 4\pi r_{\text{Aarde}}^2 = 2.26 \cdot 10^{-15} \text{ W}$$

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log S_1 / S_2$$

$$-26.75 - 16.5 = -2.5 \log 1360 / S_2$$

$$\rightarrow 1360 / S_2 = 10^{17.3} \rightarrow S_2 = 1360 / 10^{17.3} = 6.8 \cdot 10^{-14} \text{ W}$$

$$\text{Albedo: } 2.26 / 6.8 = 0.33 \text{ (ietwat te klein)}$$

- e) De aanname in opgave a) dat de excentriciteit $e=0$ is zeker voor Pluto onjuist. Het aphelium bevindt zich op 48.9 AU en het perihelium op 29.7 AU. Bepaal de waarde van e voor Pluto.

$$\text{In het perihelium bedraagt de afstand: } a(1-e) = 29.7$$

$$\text{In het aphelium is dat logischerwijze: } 2a - a(1-e) = a(1+e) = 48.9$$

We hebben voor $a = 39.5$ berekend, dus:

$$39.5 - 39.5 e = 29.7 \rightarrow e = 1/39.5 (39.5 - 29.7) = 0.25$$

Controle:

$$39.5 + 39.5e = 48.9 \quad \rightarrow \quad e = 1/39.5 (48.9 - 39.5) = 0.24$$

Wat betekent dit voor de baan van Pluto t.o.v. die van Neptunus ?

De waarde van e is groot en dus beweegt Pluto excentrisch om de zon; dit betekent, dat Pluto zich gedurende een rondgang een aantal jaren binnen de baan van Uranus bevindt.

- f) Pluto en Neptunus bewege in een 2:3 resonantie. Bereken hoever de Lagrange punten L4 en L5 van Neptunus af staan.

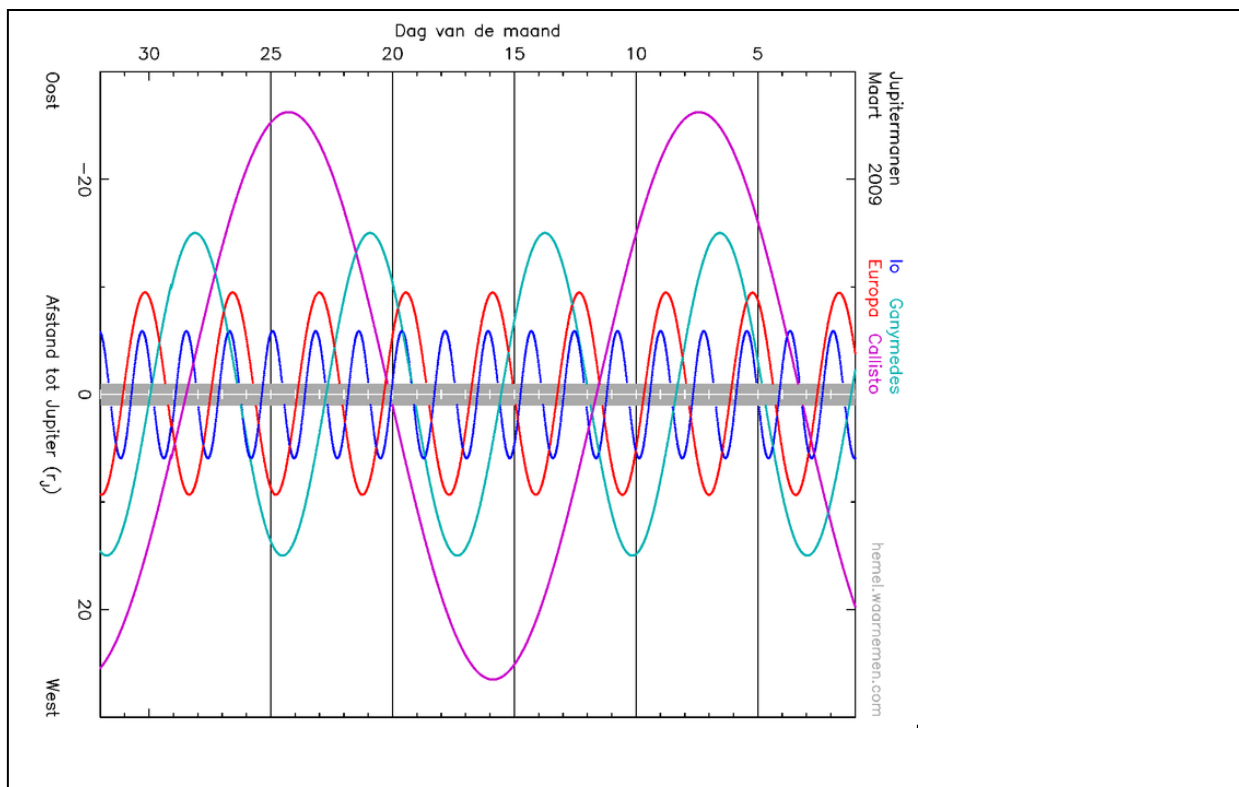
Neptunus beweegt dus 1.5 keer zo snel om de zon als Pluto. Een omloop duurt dus $248.2 / 1.5 \sim 165$ jaar.

De Lagrange punten L4 en L5 liggen evenver van Neptunus af, als van de zon (de netto zwaarekracht moet immers gelijk aan nul zijn).

$$\rightarrow P^2/a^3 = 1 \text{ (in jaren en AU)} \rightarrow a = P^{2/3} = (165)^{2/3} = 30.1 \text{ AU.}$$

OPGAVE 2

In de figuur staat het fase diagram voor de vier grootste manen van Jupiter.



Gegeven is dat $P_J = 11.862$ jaar, dat de afstand Jupiter-Ganymedes = $1,071 \times 10^6$ km.

- a) Bereken de massa van Jupiter m.b.v. het gegeven maanfase diagram.

Uit het fase diagram volgt: $P(\text{Ganymedes}) = 7.1$ dag

$$\begin{aligned} P^2/a^3 &= 4\pi^2 / GM_J && \rightarrow && M_J = 4\pi^2 a^3 / GP^2 = \\ &= 4\pi^2 (1.071 \cdot 10^9 \text{ m})^3 / [6.67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \times (6.13 \cdot 10^5 \text{ s})^2] = \\ &= 1933 \times 10^{24} \text{ kg} \end{aligned}$$

- b) Bereken de afstand Jupiter-Callisto.

Uit het fase diagram volgt: $P(\text{Io}) = 16.5$ dag

$$\begin{aligned} P^2/a^3 &= 4\pi^2 / GM_J && \rightarrow && a = [P^2 GM_J / 4\pi^2]^{1/3} = \\ &= [(1425600)^2 \times 6.67 \cdot 10^{-11} \times 1933 \cdot 10^{24} / 4\pi^2]^{1/3} = 1.9 \cdot 10^6 \text{ km} \end{aligned}$$

- c) De maan Io is vulkanisch actief en er wordt vermoed dat op Europa vloeibaar water voorkomt. Hoe is dit mogelijk ?

Dit is het gevolg van getijdenwerking. De manen bevinden zich zo dicht in de buurt van het sterke zwaartekrachtsveld van Jupiter, dat ze als het ware gekneed worden, waarbij magma naar de oppervlakte kan stromen of dusdanig veel wrijving ontstaat, dat water vloeibaar kan worden.

Opgave 3

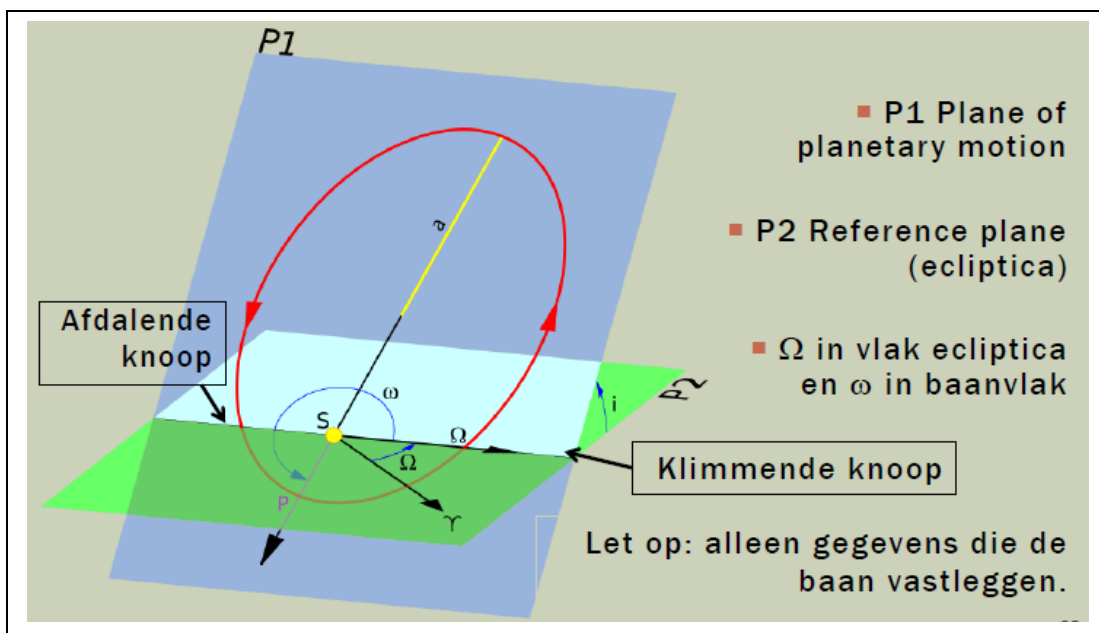
- a) In 2018 wordt de James Web Space Telescoop gelanceerd. Deze wordt stationair geparkeerd in $L2_{\text{Aarde}}$. Leg uit waarom.
- 1) Het is een stationair punt waardoor JWST met zeer weinig energie op zijn plek gehouden kan worden.
 - 2) $L2$ wordt door de Aarde van de Zon afgeschermd, waardoor de JWST een ideale donkere plek bezet.
 - 3) $L2$ draait met de Aarde een rondje om de zon, waardoor gedurende een heel jaar alle kanten opgekeken kan worden.
- b) Zowel Rotsplaneten, Gasreuzen en IJsreuzen kunnen een magneetveld hebben. De oorsprong hiervan is echter steeds anders. Leg uit.

Rotsplaneten hebben een fossiele kern met magnetisch materiaal, gas reuzen kunnen door de hoge druk metallisch waterstof vormen en bij de ijsreuzen zijn zeer waarschijnlijk ijs/kristalionen verantwoordelijk voor het magneetveld.

- c) Welke objecten in ons zonnestelsel bezitten een atmosfeer (> 1% Aardatmosfeer) ?

Venus, Aarde, Mars, Jupiter, Saturnus, Uranus, Neptunus en de maan Titan.

- d) Benoem de zes baan-elementen waarmee de positie van hemellichamen in ons zonnestelsel wordt vastgelegd en leg uit, hoe dit werkt.



- Twee parameters om de vorm van de baan te beschrijven:
 1. Halve lange as, a
 2. Excentriciteit, e
- Drie parameters voor de oriëntatie van het baanvlak:
 3. Inclinatie (baanhelling), i
 4. Lengte van de klimmende knoop, Ω , richting lentepunt (γ)
 5. Perihelion lengte, ω , gemeten vanaf de klimmende knoop
- Een parameter om het nulpunt van baanbeweging te fixeren:
 6. Moment van perihelion passage (of baanpositie op een gegeven moment, de 'epoche').