TENTAMEN PLANETENSTELSELS
30 MEI 2016, 14.00- 17.00 UUR

LEES ONDERSTAANDE GOED DOOR:

- ► **DIT TENTAMEN OMVAT DRIE OPGAVES.**
- ► **OPGAVE 1: 3.5 PUNTEN**
  OPGAVE 2: 2.5PUNTEN
  OPGAVE 3: 2.0PUNTEN
- ► **HET EINDCIJFER IS DE SOM VAN DE SCORE VOOR DE DRIE TENTAMENOPGAVES EN HET PRAKTIKUM/WERKCOLLEGE.**
- ► **BELANGRIJK:**
  DE OPGAVES WORDEN SEPARAAT NAGEKEKEN. MAAK DAAROM IEDERE OPGAVE OP EEN SEPARAAT BLAD.
- ► **SCHRIJF OP IEDER BLAD JE NAAM EN JE STUDENTNUMMER**
- ► **SCHRIJF DUIDELIJK EN WERK OVERZICHTELIJK**
- ► **KLAD WORDT NIET NAGEKEKEN**
- ► **HET GEBRUIK VAN EEN REGULIERE REKENMACHINE IS TOEGESTAAN**
- ► **EEN OVERZICHT VAN CONSTANTEN EN ENIGE VEEL GEBRUIKTE GETALLEN (O.A. ZONNE PARAMETERS) IS BIJGEVOEGD.**
- ► **LAAT BIJ HET INLEVEREN VAN HET TENTAMEN JE COLLEGE KAART ZIEN.**
- ► **BIJ CONSTATERING VAN FRAUDE WORDT VERDERE PARTICIPATIE AAN HET TENTAMEN UITGESLOTEN**
- ► **HEEL VEEL SUCCES**

OPGAVE 1

Het doel van deze opgave is om een gedetailleerde transit curve te tekenen, gezien vanaf de Aarde, voor een 'Hot Jupiter' die om een ster draait die identiek is aan onze zon. De ster staat op een afstand van 7 parsec. De exo-planeet bevindt zich op een afstand van a_{exo} =0.0493 AU van zijn ster en heeft een straal R_{exo} = 70000 km.

a) Teken de primaire transit curve, met op de verticale as de schijnbare magnitude en op de horizontale as de tijd (in minuten). Doe dit zo precies en kwantitatief mogelijk. Let dus ook op de vorm van de curve. Neem aan, dat vanaf de Aarde gezien de exoplaneet precies voorlangs aan de ster beweegt.

Comment [HL1]: 2.5 punt

Om de transit curve te kunnen tekenen, moet eerst een aantal zaken berekend worden.

i. Omlooptijd van de exo-planeet

Comment [HL2]: 0.4

$P^2/a^3 = 1 \rightarrow P^2 = a^3 = (0.0493)^3 \rightarrow a = 0.01095$ jaar = 4 dagen

ii. Tijd die de exo-planeet nodig heeft om voorlangs te bewegen

Comment [HL3]: 0.4

Afstand die in 4 dagen tijd wordt afgelegd:

$2\pi a_{exo} = 2\pi.0.0493$ AU = $4.63.10^7$ km.

Om 'voorlangs' de ster met een straal van 696500 km te bewegen is dus nodig een tijd van

$(2 \times 696500 / 4.63.10^7) \times 96$ uur = 2.89 uur = 173.3 minuten

Alternatief:
$v = ((G \times M) / a)^{0.5} = 134$ km/s
$2 \times 696500 / 134 = 173$ min

iii. Tijd die de exo-planeet nodig heeft om 'van net geen' naar 'net een volledige' bedekking te gaan.

Comment [HL4]: 0.4

R_{exo} = 70000 km, dus op gelijke wijze als bij 2 volgt dan:

$(2 \times 70000 / 4.63.10^7) \times 96$ uur = 0.29 uur = 17 minuten

iv. Schijnbare magnitude van ster

Comment [HL5]: 0.5

De schijnbare magnitude van de zon is -26.74 en de zonneflux op de Aarde bedraagt 1360 W/m^2.

De flux $S = L/4\pi r^2 = 3.83.10^{26} / 4\pi(7 \times 3.0857.10^{16})^2 = 6.533.10^{-10}$ W
Dus

$m1-m2 = -2.5 \log (S1/S2) \rightarrow m1 = m2 - 2.5 \log (S1/S2)$

$m1 = -26.74 - 2.5 \log (6.533.10^{-10} / 1360) = 4.056$

[Alternatieve, maar minder precieze methode]
Lichtkracht van de ster is die van de zon: $L^* = 3.83.10^{26}$ W, de absolute magnitude is 4.83. De ster staat op een afstand van 7 parsec.

Afstandsmodulus:
M - m = 5 – 5 log r[pc] → m = M – 5 + 5 log r[pc] = 4.06

v. Schijnbare magnitude van de ster tijdens de bedekking

Comment [HL6]: 0.5

Bereken de flux tijdens de bedekking.

De straal van de ster is 696500 km, de straal van de exoplaneet 70000 km, dus $R_{exo} = 0.1\ R^*$.

Tijdens de bedekking neemt de flux af, dus

$S^*_{transit} = S^*\ (R^{*2} - R_{exo}^{2})\ /\ R^{*2} = S^*\ (1 - (R_{exo}/R^*)^2) = 0.99\ S^*$

$S^*_{transit} = 6.468.10^{-10}$ W

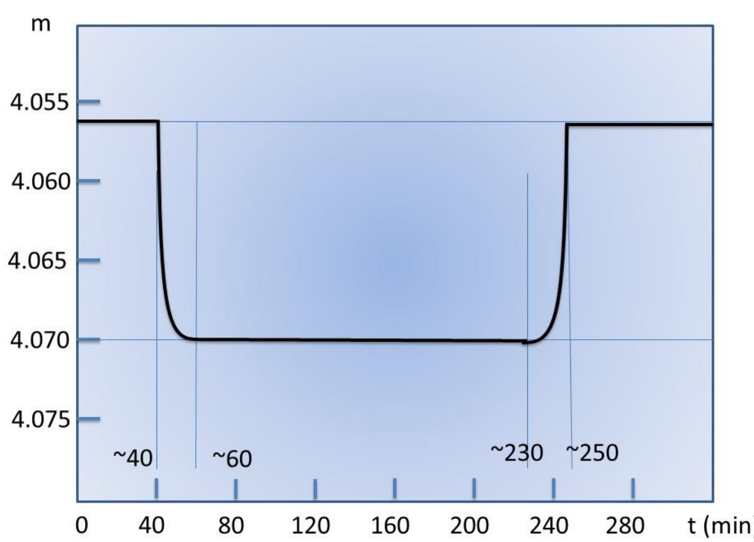
Dus

$m1 - m2 = -2.5 \log (S1/S2) \rightarrow m1 = m2 - 2.5 \log (S1/S2)$

$m1 = -26.74 - 2.5 \log (6.468.10^{-10} / 1360) = 4.070$

Diagram

Comment [HL7]: 0.3



b) Neem nu aan, dat de planeet een albedo van 0.55 heeft. Wanneer je de thermische emissie mag verwaarlozen, welk magnitudeverschil moet je dan

Comment [HL8]: 1 punt

0.4 + 0.4 + 0.2

kunnen overbruggen om de exoplaneet via direct imaging te kunnen zien ? Is dat realistisch ?

Bereken dus de flux die we op Aarde ontvangen door het gereflecteerde licht van de exo planeet, S_{exo}.

$L^* = 3.83.10^{26}$ W. De planeet bevindt zich op 0.0493 AU, dus op een afstand van $7.37528.10^9$ m.

De gereflecteerde lichtkracht op het oppervlak van deze planeet bedraagt dan:

$$L^*/4\pi a^2 = 3.83.10^{26} / 4\pi(7.37528.10^9)^2 \times \pi\,(7.10^7)^2 = 8.62.10^{21}$$

Daarvan wordt 55% gereflecteerd, dus de extra flux op Aarde bedraagt:

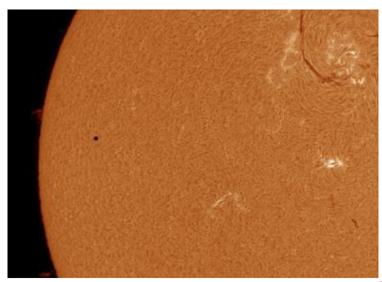
$$0.55 \times 8.62.10^{26} / 4\pi\ (7\times 3.0857.10^{16})^2 = 8.09.10^{-15}\ \text{W}$$

Het magnitude verschil is dus

$$m1-m2 = -2.5\log(S1/S2) = -2.5\log\ (6.533.10^{-10} / 8.09.10^{-15}) = -12.3$$

Een dergelijk verschil is niet met direct imaging te overbruggen, zeker gezien de afstand van de planeet tot de ster.

OPGAVE 2



Op 9 Mei jl. vond een Mercurius transit plaats. Mercurius staat op een afstand van 0.39 AU van de zon. Per eeuw zijn ongeveer 13 Mercurius transits zichtbaar vanaf de Aarde.

a) Wat is het maximale aantal Mercurius transits gedurende 100 jaar ?

Comment [HL9]: 0.6

Bereken hiertoe eerst de "synodische periode" die wordt bepaald volgens

$1/P_{syn} = 1/P_{mercurius} - 1/P_{aarde}$ ofwel $P_{syn} = 1/[(1/P_{mercurius}) - (1/P_{aarde})]$

Bereken dus de omlooptijden m.b.v. Keppler; $P^2/a^3 = 1$ (met P in jaren en a in A.U.). Daaruit volgt

P (Mercurius) = $[0.39^3]^{1/2} = 0.2435$ jaar
P (Aarde) is bekend en 1 jaar

Invullen levert: $1/[1/0.2435 - 1/1] = 0.322$ jaar

Je kunt dit ook zelf beredeneren: twee planeten staan op een lijn en dat gebeurt weer, wanneer bij de volgende ronde de snellere planeet de langzamere planeet heeft ingehaald. Mathematisch betekent dit, dat je naar een gemeenschappelijke veelvoud moet zoeken:

$(x+1).0.2435 = x.1 \rightarrow 0.2435.x + 0.2435 - 1.x = 0 \rightarrow x = 0.322$ jaar

Dus ze staan weer op een lijn na (voor Mercurius) 0.2435 (1 + 0.322) of 0.322 .(1) en dat levert beide 0.322 jaar op.

Gedurende 100 jaar verwacht je dus maximaal 310 (311) transits.

b) Een transit kan alleen plaatsvinden tijdens een beneden conjunctie. In het echt resulteert niet iedere beneden conjunctie in een transit ? Per eeuw vinden zo'n 13 tot 14 Mercurius transits plaats. Wat is daarvan de reden ?

Comment [HL10]: 0.4

Mercurius en Aarde bewegen niet precies in hetzelfde baanvlak, of anders gezegd hebben verschillende inclinaties, daardoor is de kans dat ze precies op een lijn staan met de zon tijdens een beneden conjunctie vrij klein.

c) De massa van Mars bedraagt $6.4.10^{23}$ kg, de straal is 3390 km. Bereken de valversnelling op het oppervlak van deze planeet.

Comment [HL11]: 0.5

$F_{g,Mars} = G\, m_1 m_2/r^2 = m_1 g_{Mars} \rightarrow g_{Mars} = Gm_2/r^2 =$

$6.67\text{X}10^{-11} \,.\, 6.4\text{X}10^{23} / (3390\text{x}10^3)^2 = 3.71 \text{ m /s}^2$

d) Mars is in menig opzicht vergelijkbaar met de Aarde. Toch is de atmosfeer van Mars heel erg ijl. Hoe komt dat ?

Comment [HL12]: 0.4

Mars heeft een zeer zwak magneetveld waardoor de magnetosfeer vrijwel geheel ontbreekt. Daardoor is de planeet slecht beschermd tegen de zonnewind, die a.h.w. de atmosfeer 'wegblaast' van de planeet.

e) De *habitable zone* is het gebied rond een ster waar water op een planeet in vloeibare vorm voor kan komen. Bereken voor ons zonnestelsel de binnen ($T_{max} \sim 60\ ^oC$) - en buitengrens ($T_{min} \sim 0\ ^oC$) van de habitable zone, onder de aanname dat andere effecten (zoals een broeikasteffect) geen rol spelen.

Comment [HL13]: 0.6

In het college is afgeleid dat de temperatuur op een planeet afgeschat kan worden m.b.v.

$$T_{planeet} = (r_{zon} / 2a_{baan})^{1/2}\, T_{zon}$$

hieruit kun je afleiden dat: $a_{baan} = 0.5\, r_{zon}\, (T_{zon} / T_{planeet})^2$

r_{zon} = 696.500 km (~ 0.00466 AU), T_{zon} = 5780 K en we berekenen voor de grensgevallen: $T_{planeet}$ = 273 K of 333 K.

➔ T(273K) = 1.043 AU en T(333K) = 0.702 AU

OPGAVE 3

a) In 2018 wordt de James Webb Space Telescope gelanceerd naar het Langrange punt L2, op een afstand van ongeveer 1.5 miljoen km. Leg uit i) waarom in dit Lagrange punt de netto zwaartekracht vrijwel nul is, en ii) waarom de andere vier Lagrange punten minder of niet geschikt zijn. Maak hiervoor een schets met de locatie van de punten.

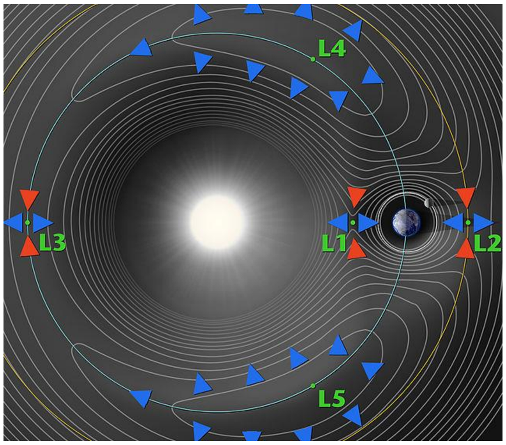
Comment [HL14]: 0.6

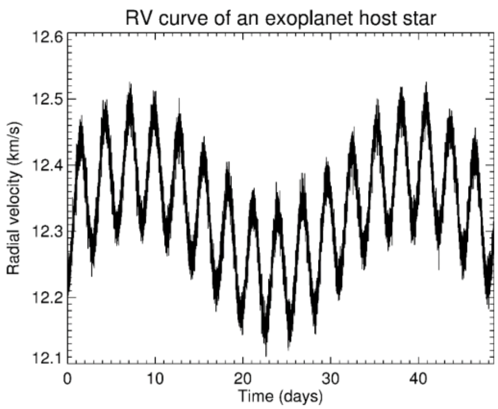
i) In L2 wordt de naar buiten gerichte centripetale kracht opgeheven door de som van de zwaartekracht van Aarde en Zon.

Alternatieve verklaring: Een object met een baan buiten die van de aarde heeft normaal gezien een tragere omlooptijd dan de aarde. De zwaartekracht van de aarde werkt echter in dezelfde richting als die van de zon. Door de grotere inwaartse kracht verkort de omlooptijd van het object, waardoor L2 ontstaat met een omlooptijd die identiek is aan die van de Aarde.

ii) L1 en L2 bevinden zich het dichtst in de buurt van de Aarde. De andere Lagrange punten bevinden zich op afstanden van ongeveer 2 AU (L3) en 1 AU (L4 en L5). Van L1 en L2 biedt alleen L2 een vrij zicht op het heelal, omdat de telescoop zowel van het licht van de zon als van de Aarde kan worden afgeschermd. In principe kan dit ook in L3 (en L4 en L5) worden gerealiseerd, maar omdat dit punt zich precies aan de andere kant van de zon bevindt, is directe communicatie niet mogelijk. L4 en L5 tenslotte zijn stabiele Lagrange punten waar de kans op botsingen met ingevangen objecten groter is. Tenslotte: L2 is geen stabiel Lagrange punt, maar een minimale beweging rond dit punt zorgt ervoor, dat er weinig energie nodig is om JWST op de juiste plek te houden.

Let op: JWST bevindt zich *niet* in de schaduw van de Aarde. De telescoop wordt van zonne- en aardlicht afgeschermd door zijn grote zonnepanelen.





In de figuur is een *radial velocity curve* weergegeven voor een ster.

b) Leg uit i) hoe een radial velocity curve opgesteld wordt, en ii) of je uit deze curve kunt afleiden of er meer dan een exoplaneet rond deze ster beweegt.

i) De RVC wordt opgesteld door de tijdsafhankelijke verandering in golflengte te meten van een spectrale emissie (dan wel absorptie) lijn van een ster. Een exo-planeet die om een ster draait zorgt ervoor dat de ster een oscillatie uitvoert t.o.v. het massa middelpunt, waardoor spectrale lijnen periodiek rood (van ons af) of blauw (naar ons toe) verschoven zijn t.o.v. hun rust frequentie. De curve wordt opgesteld nadat voor de reguliere eigen beweging van een ster (kan rood/blauw verschoven zijn) is gecorrigeerd.

Let op: de curve laat dus *niet* de exo-planeet zien, alleen het effect dat deze veroorzaakt op het spectrale gedrag van zijn ster.

ii) Je kunt twee radiële oscillaties zien. Voor zover af te leiden uit dit diagram zijn inderdaad twee exo-planeten aanwezig, met omlooptijden van ongeveer 3 en 30 dagen.

c) De Jupiter maan Europa bevindt zich ver buiten de habitable zone (zie opgave 2e). Toch wordt aangenomen dat vloeibaar water op deze maan voorkomt. Hoe kan dat ?

Door de getijde werking van Jupiter wordt de maan a.h.w. 'gekneed'. De resulterende wrijvingswarmte levert mogelijk genoeg energie om de temperatuur dusdanig te verhogen dat water vloeibaar wordt.

d) In 2015 is m.b.v. het ruimtevaartuig Rosetta en de lander Philae de komeet P67/Churyumov-Gerasimenko bezocht. Zowel verdampt materiaal als het oppervlak zelf zijn daarbij chemisch geanalyseerd.

Comment [HL15]: 0.6

Comment [HL16]: 0.4

Comment [HL17]: 0.4

Leg uit, waarom dit ons iets leert over de ontstaansgeschiedenis van ons zonnestelsel.

Kometen zijn Kuiper belt objecten of komen uit de Oort wolk en materie in die omgevingen wordt gezien als 'oer materiaal', d.w.z. de materie waaruit 4.5 miljard jaar geleden ons zonnestelsel is ontstaan. Chemisch onderzoek aan kometen levert dus inzicht over de chemische samenstelling van de brokstukken waaruit uiteindelijk onze planeten zijn ontstaan.

Constanten

zwaartekrachtskonstante	G	=	$6.67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
lichtsnelheid in vacuum	c	=	$3.00 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
constante van Stefan-Boltzmann	σ	=	$5.67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$
constante van Planck	h	=	$6.63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
constante van Boltzmann	k	=	$1.38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$
atomaire massa-eenheid	$\mathrm{m_0}$	=	$1.66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
massa van het proton	$\mathrm{m_p}$	=	$1.67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
straal van het proton	$\mathrm{R_p}$	=	$2.3 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{m}$
massa van het elektron	$\mathrm{m_e}$	=	$9.31 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
lading van het elektron	e	=	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Coulomb
dielektrische constante	ϵ_0	=	$8.85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{kg^{-1}\,s^2}\,\mathrm{Coulomb}^2$
gaskonstante	R	=	$8.314 \cdot 10^{3}\,\mathrm{J\,K^{-1}\,kmol^{-1}}$
getal van Avogadro	$\mathrm{N_A}$	=	$6.022 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
			(1 mol = $6.022 \cdot 10^{23}$ moleculen)

Enige andere veel gebruikte getallen

parsec	pc	=	$3.0857 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m}$
astronomische eenheid	AE	=	$1.496 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$
lichtkracht van de zon	$\mathrm{L_\odot}$	=	$3.83 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}$
massa van de zon	$\mathrm{M_\odot}$	=	$1.99 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$
straal van de zon	$\mathrm{R_{odot}}$	=	$6.96 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}$
abs. bolometrische magn. v.d. zon	$\mathrm{M_{bol}}$	=	4.83
zonnekonstante		=	$1.36 \cdot 10^{3}\,\mathrm{J\,m^{-2}\,s^{-1}}$
schijnbare magnitude v.d. zon	mzon	=	-26.74