

PLANETENSTELSELS - COMPUTERPRACTICUM 2

INLEVEREN OPDRACHTEN EN EISEN VERSLAG

Integraal onderdeel van het college Planetenstelsels zijn de computer practica en werkcolleges. In deze korte handleiding hebben we het alleen over de computer practica.

In totaal zijn er drie opdrachten, waaraan jullie werken (onder begeleiding) tijdens zes computer practica. Jullie doen dat in groepen van twee of maximaal (en alleen als het niet anders kan) drie personen. Om te beoordelen of je de opdracht hebt begrepen, moet je een kort verslag inleveren. Je levert een verslag per groep in en dat doe je uiterlijk voor 12 uur 's middags op de inleverdag. De inlever data staan duidelijk vermeld op de homepage van het college.

Vertel in het verslag welke aannames je maakt, wat voor waardes je voor constanten aanneemt, en laat formules die je gebruikt ook expliciet zien. Werk systematisch en laat stap voor stap zien hoe je te werk bent gegaan en concludeer met een duidelijk eindresultaat dat je kort interpreteert en bespreekt. Werk netjes en leesbaar, gebruik zinvolle eenheden, let erop dat alle grafieken een titel hebben, dat er eenheden op de assen staan, leg uit wat je afbeeldt in de grafiek, of het resultaat aan je verwachtingen voldoet ... werk academisch. Voeg altijd de gebruikte `python` code toe.

Heel belangrijk: werk onafhankelijk. Het is de bedoeling dat iedere groep zijn eigen verslag schrijft en dat in dit verslag een eigen `python` script is bijgevoegd.

Inleveren per mail bij Vincent (kofman@strw.leidenuniv.nl) als je op de 3e verdieping werkt of Steven (stevenbos@strw.leidenuniv.nl) als je op de 4e werkt. Lever in voor 12:00 op de dag van de deadline. Verslagen zonder bijgevoegde `python` code worden niet nagekeken.

OPDRACHT 1: KEPLERBANEN

Vorige keer heb je berekend waar het massa-middelpunt van het Pluto-Charon systeem ligt. In deze opgave gaan we verder werken met het massa-middelpunt voor verschillende systemen.

- (1) In de slides van het college heb je de formule voor de locatie van het massa-middelpunt gezien. Zet deze formule in je astronomy.py.
- (2) Reken met behulp van deze functie uit waar het zwaartepunt van het Aarde-Maan systeem zich bevindt.
- (3) Plot de halve-lange as van de baan van de Zon om het massa-middelpunt; als functie van de massa van een planeet met een halve-lange as van 1 AU. Plot dit voor massa's tussen 0.1 Aardmassa en 5 Jupiter massa's.
- (4) Stel dat deze planeet in een cirkelbaan om de Zon beweegt. Plot ook de baansnelheid van de Zon om het massamiddelpunt als functie van massa tussen 0.1 Aardmassa en 5 Jupiter massa's.
- (5) Stel dat de planeet een perihelium heeft van 0.2 AU, en een aphelium van 6 AU (beide gemeten t.o.v. het massa-middelpunt). Reken uit wat het periapsis en apoapsis van de baan van de Zon zijn, beide weer als functie van de massa, en plot beide in één plot.
- (6) Zoals eerder gezien luidt de derde wet van Kepler $\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M+m)}$. Geldt deze wet ook voor de baan van de Zon om het massa-middelpunt? Waarom wel/waarom niet?

OPDRACHT 2: ATMOSFEREN

De atmosfeer van een planeet bestaat uit gassen die, net zoals satellieten in een baan om de planeet, gravitationeel gebonden zijn. Afhankelijk van de massa en temperatuur van de planeet kunnen lichte gasmoleculen soms aan de zwaartekracht van de planeet ontsnappen, en verdwijnen uit de atmosfeer. In het vorige computerpracticum heb je de ontsnappingssnelheid van de verschillende planeten in ons Zonnestelsel berekend. In deze opgave zullen we deze waarden gebruiken om inzicht te krijgen in de samenstelling van de atmosferen in ons zonnestelsel.

De snelheid van een gas-molecuul hangt af van de moleculaire massa en van de temperatuur van het gas. In het hoorcollege werd alleen gesproken over de gemiddelde snelheid van een gas en eventuele ontsnapping van gassen. Uiteraard hebben niet alle moleculen precies dezelfde snelheid, maar volgt deze een bepaalde **verdeling**. Alleen de deeltjes met de hoogste snelheid kunnen aan de atmosfeer ontsnappen. Deze verdeling is de Maxwell-Boltzmann distributie:

$$f(v) = \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi k_b T}\right)^3} 4\pi v^2 e^{-\frac{m \cdot v^2}{2k_b T}}$$

Met

m = massa van het deeltje, in kg

k_b = Boltzmann constante: $1.38 \cdot 10^{-23} J/K$

T = absolute temperatuur, in K

v = snelheid van het deeltje in m/s

De distributie beschrijft de **kans** om een bepaald deeltje te vinden bij een gegeven snelheid.

- (1) Voer de Maxwell-Boltzmann vergelijking voor de snelheids distributie in in Python. Maar hiervoor een functie aan zoals bijvoorbeeld:

```
def MaxBolzd(m,T):
```

```
. . .
. . .
. . .
```

```
    return . . .
```

Zorg ervoor dat de functie de **kans** per snelheid teruggeeft. Definieer de snelheid in als een numpy array met `np.arange(0,30000,1)`.

- (2) Plot de Maxwell-Boltzmann verdeling voor een N_2 gas bij $T=300$ K. De gemiddelde snelheid van een N_2 molecuul zou 422 m/s moeten zijn. Laat in je plot zien dat de door jouw geschreven functie dit reproduceert.
- (3) Gebruik je functie om de snelheidsverdeling van de verschillende gassen in de Aardse atmosfeer te berekenen. Neem hier aan dat de Aarde alle energie afkomende van de Zon perfect uitstraalt (**thermisch evenwicht**), verwaarloos alle andere warmtebronnen. Plot de verdeling op een logaritmische schaal.
- (4) Als je er nu vanuit gaat dat de massa van de Aardse atmosfeer $3 \cdot 10^{18} kg$ is, hoeveel moleculen waterstof zijn er dan in de atmosfeer? Stel nu dat alle waterstof moleculen die sneller gaan dan 80% van de ontsnappingssnelheid uit de atmosfeer ontsnappen, hoeveel zijn dit er? Realiseer je dat er een verschil is tussen volume-concentratie en massa-concentratie.

*Tip: Er zijn een hoop numerieke manieren om data en functies te **integreren**. Om voor de integraal uit te rekenen van een functie $y(x)$, waarbij de x - y paren al uitgerekend zijn, kun je de functie `scipy.integrate.cumtrapz()` gebruiken. Je x -as is in dit geval het array van snelheden, `np.arange(0,30000,1)`, en de y -as is de verdeling die door je functie `MaxBolzd(m,T)` is uitgerekend. Een voorbeeld van het gebruik van `scipy.integrate.cumtrapz()`:*

```
from scipy import integrate
x = np.linspace(-2, 2, num=20)
y = x*x
y_int = integrate.cumtrapz(y, x, initial=0)
return
```

De Maxwell-Boltzmann verdeling gaat uit van een gas in evenwicht, en heeft dus geen tijds-afhankelijkheid. Voor het gemak gaan we er vanuit dat de verdeling zich iedere second weer herstelt.

- (5) Als de Aardse atmosfeer iedere seconde alle waterstofmoleculen verliest die sneller gaan dan 80% van de ontsnappingsnelheid, hoeveel jaar zal het dan duren voordat de helft van het waterstof uit de atmosfeer is ontsnapt (half-waarde tijd)?
- (6) We gaan nu kijken hoe de half-waarde tijd van waterstofmoleculen varieert met de halve lange as van de Aarde. Doe dezelfde aannames als in opgave 2.3. Plot de temperatuur van de Aarde als functie van de halve lange as tussen 0.5 en 2 AU. Bereken ook de half-waarde tijd als functie van de halve lange as en plot het resultaat met een geschikte schaal.
- (7) In deze opgave gaan we kijken hoe de half-waarde tijd van waterstofmoleculen varieert met de massa van een planeet op 1 AU. We beschouwen een planeet massa tussen 0.2 and 2 Aardmassa's. Neem aan dat de atmosfeer van deze denkbeeldige planeet dezelfde massa heeft als gegeven voor de Aarde en dat de dichtheid van de planeet 5495 kg m^{-3} is. Plot eerst hoe de ontsnappingsnelheid verandert als functie van de massa van de planeet. Bereken ook de half-waarde tijd als functie van de planeet massa en plot het resultaat met een geschikte schaal.
- (8) Het atmosfeer verlies mechanisme dat we hierboven hebben uitgerekend wordt **Jeans escape** genoemd. Naast Jeans escape zijn er ook nog andere mechanismen die er voor zorgen dat planeten hun atmosfeer verliezen. Zoek naar twee andere mechanismen en beschrijf ze kort.