

## Grup Hızı ve Faz Hızının Birbirine Eşitliği

Dalgalarda faz hızı ve grup hızı olmak üzere iki farklı ilerleme hızı sözkonusudur.

**Faz Hızı:** Düzlem dalganın belirli bir  $x$  noktasını ele alalım.  $(kx - \omega t)$  faz ifadesi sabit olduğu sürece  $\cos(kx - \omega t)$  ifadesi aynı değeri verecek, yani aynı noktanın ilerlemesini takip etmiş olacağız. Bu noktanın hızını hesaplırsak,

$$kx - \omega t = \text{sabit}$$

$$V_f = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

faz hızını tanımlamış oluruz.

**Grup Hızı:** Dalga paketi gerçekte genliği modüle eden zarf tarafından oluşturulmuştur. Bu zarfın ilerlemesi paketin ilerlemesi demektir. Bu paket için yine faz bağıntısı yazılırsa

$$\frac{\Delta k}{2} x - \frac{\Delta \omega}{2} t = \text{sabit}$$

$$V_g = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta \omega}{\Delta k}$$

grup hızı ifadesi bulunur.

Bu örnekteki dalga paketinin genliği modüle olmuş, fakat yine sonsuza kadar uzanmaktadır. Yerel bir dalga paketi oluşturmak için çok sayıda düzlem dalga kullanmak gerekir. Ancak yukarıda verdiğimiz kavramlar, sonsuz sayıda düzlem dalganın süperpozisyonunu (üst üste binmesi durumu) durumunda da geçerlidir.

Çok sayıda ve genlikleri farklı düzlem dalgaların süperpozisyonunu alınırsa:

$$\psi(x, t) = \sum_{k_i} A(k_i) \cos(k_i x - \omega_i t)$$

veya, sonsuz sayıda ve birbirine yakın dalga sayılı düzlem dalga varsa, bu toplam integral olarak yazılabilir:

$$\psi(x, t) = \int_0^{\infty} A(k) \cos[kx - \omega(k)t] dk$$

Burada  $\omega_i$  veya  $\omega(k)$  dalga paketinin her bir bileşeninin ayrı frekansta olabileceğini gösterir.

Yukarıda iki düzlem dalga için verdiğimiz kavramları genişletirsek

$$V_f = \frac{\omega(k)}{k} \text{ ve } V_g = \frac{d\omega}{dk}$$

faz ve grup hızlarının tanımları olur.

Bu dalga paketinin grup hızına fiziksel bir yorum getirmeden incelemiz tamam sayılmaz. Einstein ve de Broglie'nin verdikleri bağıntılara göre bir parçacığının enerji ve momentumları ile onu temsil eden dalganın parametreleri arasında

$$E = \hbar\omega \quad \text{ve} \quad p = \hbar k$$

bağıntıları vardı. Yukarıdaki hız ifadelerindeki  $\omega$  ve  $k$  değeri kullanılırsa

$$V_g \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}$$

olur. Momentumu  $p$  olan serbest bir parçacık için  $E = \frac{p^2}{2m}$  olduğu hatırlanırsa

$$\boxed{V_g = \frac{d}{dp} \left( \frac{p^2}{2m} \right) = \frac{p}{m} = V_f}$$

olur ki bu da parçacığın gerçek hızıdır. Demek ki de Broglie dalga paketi grubu, temsil ettiği parçacığın hızıyla ilerlemektedir.

**Kaynak:** KARAOĞLU, Bekir “Kuantum Mekaniğine Giriş”, Güven Yayınları, 1998

Umut YILDIZ  
98055002  
Ankara Üniversitesi  
Astronomi ve Uzay Bilimleri