Inleiding Astrofysica

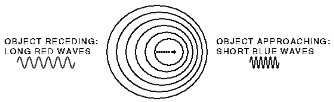
Paul van der Werf

Sterrewacht Leiden

Kosmologie

5 december 2003

Doppler effect

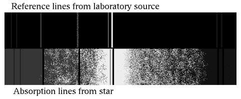


relativistisch: $\boxed{\dfrac{\lambda'}{\lambda} = \sqrt{\dfrac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}}$

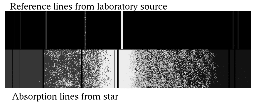
(voor radiële bewegingen)

$\upsilon > 0$: van ons af

$\upsilon < 0$: naar ons toe



blauwverschuiving



roodverschuiving

Roodverschuiving

roodverschuiving z:

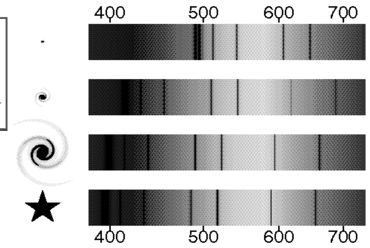
$$\boxed{\begin{aligned} 1+z \equiv \frac{\lambda'}{\lambda} &= \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \\ = 1+\frac{\Delta\lambda}{\lambda} &= 1-\frac{\Delta v}{v} \end{aligned}}$$

$z = 0$: $v = 0$

$z = 2$: $v = 0.8\,c$

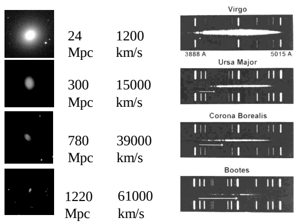
$z = \infty$: $v = c$

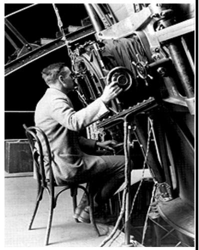
Niet relativistisch ($z << 1$): $\boxed{z \approx \dfrac{v}{c}}$



Hubble's ontdekking

In 1929 ontdekte Edwin Hubble dat melkwegstelsels die verder weg staan ook een grotere snelheid (van ons af) hebben.





De Hubble wet

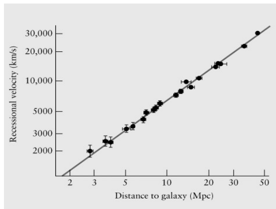
Hubble ontdekte dat de stelsels buiten de Locale Groep van ons af bewegen, en dat de snelheid waarmee ze dat doen evenredig is met hun afstand:

de Hubble Wet $\boxed{\upsilon = H_0 D}$

υ is de snelheid in km/s

D is de afstand in Mpc

$H_0 \approx 71$ km/s/Mpc is de Hubble constante

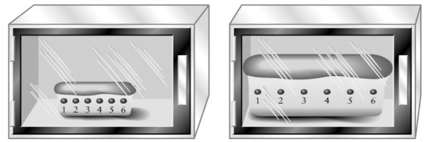


bv: waargenomen: Hα bij λ=671.8 nm

λ_0=656.3 nm $\Rightarrow z = \Delta\lambda/\lambda = 0.0237 \approx \upsilon / c$

$\Rightarrow \upsilon = 7100$ km/s $\Rightarrow D = 100$ Mpc

Krentenbrood model



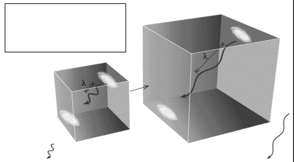
NB: brood zet uit maar krenten niet

De Hubble wet impliceert dat op kosmologische schalen (waarover het heelal homogeen is), het heelal uitdijdt!

NB: 1) dit betekent niet dat wij ons op een speciale plaats bevinden!
In een uniform uitdijend heelal ($\upsilon \propto D$) zul je vanuit iedere positie dezelfde expansie waarnemen.
2) op sub-kosmologische schalen (bv. Locale Groep, individuele melkwegstelsels) geen expansie: daar overheerst de zwaartekracht de kosmologische expansie

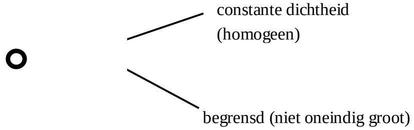
Roodverschuiving en expansie

Vrije fotonen worden alleen beheerst door de expanderende tijdruimte; hun roodverschuiving is dus rechtstreeks op te vatten als gevolg van de expansie van het heelal, behalve als ze door sterke zwaartekrachtsvelden worden beïnvloed.



Melkwegstelsels worden door zwaartekracht beheerst en expanderen zelf dus niet mee met het heelal.

Een statisch heelal model



Wat zal er volgens Newton gebeuren ?
Het heelal zal instorten onder zijn eigen zwaartekracht!

Newton's heelal

- Om ineenstorting door zwaartekracht te voorkomen:
  - homogeen
  - isotroop
  - oneindig groot
  - geen centrum
- Oneindig in tijd:
  - is er altijd geweest
  - zal altijd blijven bestaan

$\Rightarrow$ het zg. "perfect kosmologisch principe"

- Newton twijfelde aan verscheidene van deze aspecten en speculeerde ook over goddelijk ingrijpen om ineenstorting van het heelal (en dus het einde van het heelal) te voorkomen.

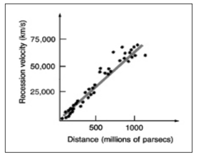
Relativiteit en expansie

- 1915: Einstein's Algemene Relativiteits Theorie
  Einstein realiseerde zich dat zijn theorie een dynamisch (expanderend of krimpend) heelal impliceerde.
  Hij loste dit op door een (vrij te kiezen) integratieconstante, de zg. kosmologische constante Λ, zo te kiezen dat een statisch heelal resulteerde.
- 1929: Hubble wet en ontmoeting van Einstein, Hubble en Lemaître.
  Expanderend heelal van Hubble komt overeen met dynamisch heelal van Einstein met kosmologische constante Λ=0.
- Als het heelal expandeert, is het afkomstig uit een veel compactere toestand, en heeft het een eindige leeftijd $\Rightarrow$ Big Bang model

Hoe oud is het heelal?

- Neem aan dat de expansie constant is, dwz. de Hubble constante H_0=65 km/s/Mpc verandert niet met tijd
  (geen versnelling of afremming van de uitdijing).
  $v = H_0 D$ (Hubble wet)
  $D = v\, t_H$

  $\Rightarrow$ $\boxed{\text{Hubble tijd } t_H = 1/H_0}$



- gemeten $H_0 \approx 71$ km/s/Mpc
  $\Rightarrow t_H \sim 15$ miljard jaar
  Dit is de leeftijd van het heelal onder de aanname van constante expansie
- Klopt dit met andere schattingen?

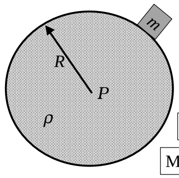
Leeftijd van het heelal

	Leeftijd (jaren)
beschaving	6000
Aarde (radioactiviteit)	4.5 miljard
Oudste bolhopen (HRD)	12–14 miljard
Heelal (expansie)	14–15 miljard

…voldoet aan de eis dat het heelal ouder moet zijn dan de oudste sterren

Newton kosmologie

Fundamentele aanname: heelal is homogeen met dichtheid ρ.
Een waarnemer op een willekeurig punt P, neemt de beweging waar van een puntmassa m op afstand R. Volgens de stellingen van Newton is de zwaartekracht op de puntmassa in de richting van de waarnemer bepaald door uitsluitend de massa binnen de straal R, die we bovendien geconcentreerd in P mogen denken.



Gravitationele potentiële energie: $E_{\text{pot}} = -G\dfrac{Mm}{r}$

Kinetische energie: $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}m\dot{R}^2$

Energiebehoud: $E_{\text{tot}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \text{constant}$

Massacontinuïteit: $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$

Newton kosmologie

$$k \equiv -\frac{2E_{\text{tot}}}{mc^2} \Rightarrow -kc^2 = \dot{R}^2 - \tfrac{8}{3}\pi G\rho R^2 \Rightarrow \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{kc^2}{R^2}$$

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{2GM}{R^3} - \frac{kc^2}{R^2} \Rightarrow \dot{R} = \sqrt{\frac{2GM}{R} - kc^2}$$

k is een vrij te kiezen constante.

- $k < 0$, dan voor zeer grote R: $\dot{R} = c\sqrt{|k|}$ constante expansie: open heelal
- $k = 0$, dan komt expansie uiteindelijk tot stilstand maar keert nooit om: kritisch of vlak heelal
- $k > 0$, dan $\dfrac{2GM}{R} > kc^2 \Rightarrow R < \dfrac{2GM}{kc^2}$ heelal bereikt maximum straal en krimpt dan weer: gesloten heelal

Kritische dichtheid

Wanneer is $k = 0$?
Schrijf $kc^2 = \dot{R}^2\left(\dfrac{\rho}{\rho_c} - 1\right) \equiv \dot{R}^2(\Omega - 1)$ met $\rho_c \equiv \dfrac{3}{8\pi G}\left(\dfrac{\dot{R}}{R}\right)^2$

Dus als $\Omega = 1$ oftewel $\rho = \rho_c$, dan is $k = 0$: kritisch of vlak heelal

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \left(\frac{HR}{R}\right)^2 = H^2 \Rightarrow \rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

Hubble wet

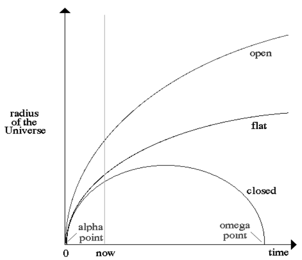
$\rho_c \approx 10^{-26}$ kg/m^3

$\Omega \equiv \dfrac{\rho}{\rho_c}$ dichtheidsparameter

- $\Omega < 1 \Leftrightarrow \rho < \rho_c \Leftrightarrow k < 0$: open heelal
- $\Omega = 1 \Leftrightarrow \rho = \rho_c \Leftrightarrow k = 0$: kritisch of vlak heelal
- $\Omega > 1 \Leftrightarrow \rho > \rho_c \Leftrightarrow k > 0$: gesloten heelal

meest gebruikt: Ω

Open, vlak en gesloten heelal



$k < 0$, $\Omega < 1$, $\rho < \rho_c$

$k = 0$, $\Omega = 1$, $\rho = \rho_c$

$k > 0$, $\Omega > 1$, $\rho > \rho_c$

Algemene relativiteit en kosmologie

- Ga uit van het kosmologisch principe: homogeen, isotroop heelal
- Los Einstein' s vergelijking op $\Rightarrow$ metriek van het heelal
- net als in Newton dynamica levert zwaartekracht altijd aantrekking
  - een homogeen, isotroop en aanvankelijk statisch heelal zal ineenstorten onder zijn eigen zwaartekracht
- Oplossing: een afstotende kracht in het heelal die de zwaartekracht compenseert: de kosmologische constante Λ

  $\Rightarrow$ vacuum oefent druk uit (klassiek),
  lege ruimte is niet vlak maar gekromd (relativistisch)
- maar: dit heelal blijkt instabiel te zijn: het blijft niet statisch
- Einstein: “grootste blunder van mijn leven”, maar is dat wel zo?

Metriek van het heelal

De Robertson-Walker metriek:

$$ds^2 = c^2dt^2 - R^2(t)\left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta \;\; d\phi^2\right)$$

- $R(t)$ is de schaal factor die de uitdijing of inkrimping beschrijft
- r, θ en φ vormen een coordinaatsysteem dat uitdijdt (of inkrimpt) met het heelal ("comoving coordinates")
- k is de krommings constante: $k = -1$, 0 of 1
  - $k = 0$: vlakke geometrie
  - $k = 1$: sferische geometrie
  - $k = -1$: hyperbolische geometrie

De Friedmann vergelijking

Uit de Robertson-Walker metriek kunnen we afleiden:

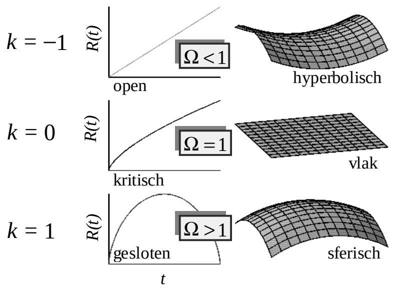
$$\boxed{\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{kc^2}{R^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}}$$

Friedmann vergelijking

Met Λ=0 is dit precies de uitdrukking die we al hadden afgeleid met behulp van Newton-kosmologie.

⇒ dus ook dezelfde oplossingen!

Dichtheid en geometrie van het heelal

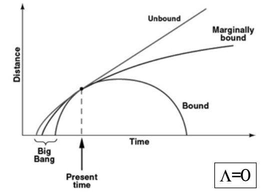


Algemene relativiteit vertelt ons dat massa en geometrie met elkaar verbonden zijn.

⇓

geometrie volgt uit dichtheidsparameter

Lot en leeftijd van het heelal



Alleen Hubble constante is niet genoeg om het lot of de leeftijd van het heelal te bepalen; ook de verandering van H (vertraging of versnelling van expansie) speelt een rol.

Voor een gesloten heelal vertraagt de expansie snel, voor een open heelal langzaam.

Resultaat: een gesloten heelal is jonger dan een open heelal.

Met Λ=0 (aanname) en H_0=71 km/s/Mpc (gemeten) vinden we:

- t_H=10 miljard jaar voor een Ω = 1(kritisch) heelal: strijdig met leeftijd van oudste sterren
- voor Λ=0 is alleen een Ω < 1 (open) heelal consistent met leeftijd van oudste sterren

Kosmologie: op zoek naar 3 getallen

- de Hubble constante H_0 — we weten: H_0 = 71 km/s/Mpc
  - ⇒ hoe snel dijdt het heelal uit
- de dichtheidsparameter Ω_0
  - ⇒ wat is de dichtheid van het heelal
- de kosmologische constante Λ
  - ⇒ wat is de druk van het vacuum

Hoe bepalen we Ω_0 ?

- alle massa optellen die we "zien"
  - massa-inhoud: bepaal Ω_0 rechtstreeks
  - probleem: donkere materie
- meten hoe snel de expansie van het heelal afneemt
  - kinematica: bepaal q_0 (zie verderop)
  - een dichter heelal zal sneller afremmen
- de geometrie van het heelal meten
  - kromming: bepaal k
  - sferisch, hyperbolisch of vlak ?

Dichtheidsparameter

- alle zichtbare massa opgeteld: $\Omega_o \cong 0.01$
- + gas en stof, bruine dwergen, uitgedoofde sterren: $\Omega_o \cong 0.04$
- + donkere materie: $\Omega_o \cong 0.3$
- Resultaat: open heelal → klopt dit met andere methoden?

Afremmingsparameter

- vertraging volgens Newton:

$$\boxed{a = -\frac{GM}{R^2} = -\frac{4\pi G\rho}{3}R}$$

- $\Rightarrow$ afremmingsparameter (voor Λ=0):

$$\boxed{q_0 \equiv -\frac{aR}{v^2} = \frac{4\pi G\rho}{3v^2}R^2 = \frac{4\pi G\rho}{3H_0^2} = \frac{\rho}{2\rho_c} = \frac{\Omega_0}{2}}$$

$\Rightarrow$ meet afremmingsparameter q_0 om Ω_0 te bepalen:

$q_0 < 0.5$ open heelal
$q_0 = 0.5$ kritisch heelal
$q_0 > 0.5$ gesloten heelal

Inleiding astrofysica 25

Hoe meten we q_0 ?

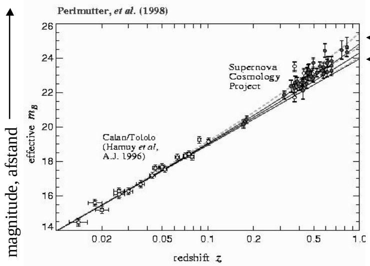
- Meet de snelheid van de expansie op verschillende tijden in het heelal, d.w.z. meet en vergelijk de expansies gebaseerd op nabije en op ver weg gelegen stelsels.
- Zwaartekracht vertraagt de expansie
  $\Rightarrow$ uitdijing zou sterker moeten zijn bij hoge roodverschuiving
- Waargenomen in 1998: de uitdijing van het heelal versnelt!

$\Rightarrow$ comeback van de kosmologische constante Λ

Inleiding astrofysica 26

Versnelde expansie

magnitude, afstand



roodverschuiving

$q_0 < 0$
$q_0 = 0$

Verre objecten hebben te weinig roodverschuiving voor hun afstand, dus vroeger minder expansie: expansie versnelt!

Inleiding astrofysica 27

Vertraging met een kosmologische constante

- versnelling (vertraging) volgens Newton+Λ:

$$\boxed{a = -\frac{GM}{R^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}R = \left(-\frac{4\pi G\rho}{3} + \frac{\Lambda c^2}{3}\right)R}$$

- afremmingsparameter

$$\boxed{q_0 = -\frac{aR}{v^2} = \frac{\Omega_0}{2} - \Omega_\Lambda}$$

met $\boxed{\Omega_\Lambda \equiv \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}}$

$\Rightarrow$ negatieve q_0 (versnelde expansie) kan alleen met een positieve Λ!

Inleiding astrofysica 28

Afremming en kromming met Λ

- afremming:
  - $q_0 = ½\Omega_0 - \Omega_\Lambda > 0$: afremmend
  - $q_0 = ½\Omega_0 - \Omega_\Lambda < 0$: versnellend
- kromming
  - $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$: vlak
  - $\Omega_0 + \Omega_\Lambda < 1$: hyperbolisch
  - $\Omega_0 + \Omega_\Lambda > 1$: sferisch

Inleiding astrofysica 29

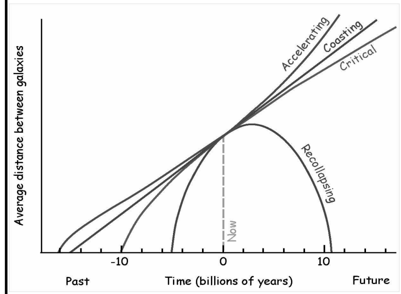
Evolutie van het heelal met $\Lambda \neq 0$

$$\boxed{H^2 = \frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{2GM}{R^3} - \frac{kc^2}{R^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}}$$ Friedmann vergelijking

- vroeg heelal: R klein
  $\Rightarrow$ term met M domineert, k en Λ irrelevant
  $\Rightarrow$ het vroege heelal is vlak
- laat heelal: R groot $\Rightarrow$
  1) als $\Lambda = 0$: term met k domineert, M irrelevant
  $\Rightarrow$ gedraagt zich als een leeg heelal
  2) als $\Lambda > 0$: term met Λ domineert
  $\Rightarrow$ exponentiële expansie

Inleiding astrofysica 30

Lot van het heelal met $\Lambda > 0$



- versnelde expansie!
- leeftijd >15 miljard jaar OK

Kosmologie 2003

- Positieve kosmologische constante
- Expansie versnelt en zal blijven versnellen
- $H_0 = 71 \pm 4$ km/s/Mpc
- $\Omega_0 = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73 \Rightarrow \Omega_{tot} = 1.02 \pm 0.02$: vlak heelal
- Leeftijd van het heelal 13.7 ± 0.2 miljard jaar