

## PLANETENSTELSELS - WERKCOLLEGE 2

### OPDRACHT 3A: KEPLERBANEN

Vorige keer heb je berekend wat de omlooptijd van Jupiter is als je de massa van Jupiter al dan niet verwaarloost. In deze opgave gaan we verder onderzoeken wat dat betekent.

- (1) In de slides van het college heb je de formule voor de locatie van het massamiddelpunt gezien. Zet deze formule in je astronomy.py.
- (2) Reken met behulp van deze functie uit waar het zwaartepunt van het Aarde-Maan systeem zich bevindt.
- (3) Plot de halve-lange as van de baan van de Zon om het massamiddelpunt; als functie van de massa van een planeet met een halve-lange as van 1AU. Plot dit voor massa's tussen 0.1 Aardmassa en 5 Jupiter massa's.
- (4) Stel dat deze planeet in een cirkelbaan om de Zon beweegt. Plot ook de baansnelheid van de Zon om het massamiddelpunt als functie van massa tussen 0.1 Aardmassa en 5 Jupiter massa's.
- (5) Stel dat de planeet een perihelium heeft van 0.1 AU, en een aphelium van 5 AU (beide gemeten t.o.v. het massamiddelpunt). Reken uit wat het perihelium en aphelium van de baan van de Zon zijn, beide weer als functie van de massa, en plot beide in één plot.
- (6) Zoals eerder gezien luidt de derde wet van Kepler  $\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M+m)}$ . Geldt deze wet ook voor de baan van de Zon om het massamiddelpunt? Waarom wel/waarom niet?

### OPDRACHT 3B: ATMOSFEREN

De atmosfeer van een planeet bestaat uit gassen die, net zoals satellieten in een baan om de planeet, gravitationeel gebonden zijn. Afhankelijk van de massa van de planeet kunnen lichte gasmoleculen soms aan de zwaartekracht van de planeet ontsnappen, en verdwijnen uit de atmosfeer. In de vorige opdracht heb je de ontsnappingsnelheid van de verschillende planeten in ons Zonnestelsel berekend. In deze opgave zullen we deze waarden gebruiken om inzicht te krijgen in de samenstelling van de atmosferen in ons zonnestelsel.

De snelheid van een gas-molecuul hangt af van de moleculaire massa en van de temperatuur van het gas. In het hoorcollege werd alleen gesproken over de gemiddelde snelheid

van een gas en eventuele ontsnapping van gassen. Uiteraard hebben niet alle moleculen precies dezelfde snelheid, maar volgt deze een bepaalde **verdeling**. Alleen de deeltjes met de hoogste snelheid kunnen aan de atmosfeer ontsnappen. Deze verdeling is de Maxwell-Boltzmann distributie:

$$f(v) = \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi k_b T}\right)^3} 4\pi v^2 e^{-\frac{m * v^2}{2k_b T}}$$

Met

$m$  = massa van het deeltje, in  $kg$

$k_b$  = Boltzmann constante:  $1.38 * 10^{-23} J/K$

$T$  = absolute temperatuur, in  $K$

$v$  = snelheid van het deeltje in  $m/s$

De distributie beschrijft de **kans** om een bepaald deeltje te vinden bij een gegeven snelheid.

- (1) Voer de Maxwell-Boltzmann vergelijking voor de snelheids distributie in in Python. Maar hiervoor een functie aan zoals bijvoorbeeld:

```
def MaxBolzd(m,T):
    . . .
    . . .
    . . .
    return . . .
```

Zorg ervoor dat de functie de **kans** per snelheid teruggeeft. Definieer de snelheid in als een numpy array met `np.arange(0,30000,1)`.

- (2) Plot de Maxwell-Boltzmann verdeling voor een  $N_2$  gas bij  $T=300$  K. De gemiddelde snelheid van een  $N_2$  molecuul zou 422 m/s moeten zijn. Laat in je plot zien dat de door jouw geschreven functie dit reproduceert.
- (3) Gebruik je functie om de snelheidsverdeling van de verschillende gassen in de Aardse atmosfeer te berekenen. Plot de verdeling op een logaritmische schaal.
- (4) Als je er nu vanuit gaat dat de massa van de Aardse atmosfeer  $5 * 10^{18} kg$  is, hoeveel moleculen waterstof zijn er dan in de atmosfeer? Stel nu dat alle waterstof moleculen die sneller gaan dan 80% van de ontsnappingssnelheid uit de atmosfeer ontsnappen, hoeveel zijn dit er? Realiseer je dat er een verschil is tussen volume-concentratie en massa-concentratie.

*Tip: Er zijn een hoop numerieke manieren om data en functies te **integreeren**. Om voor de integraal uit te rekenen van een functie  $y(x)$ , waarbij de  $x$ - $y$  paren al uitgerekend zijn, kun je de functie `scipy.integrate.cumtrapz()` gebruiken. Je  $x$ -as is in dit geval het array van snelheden, `np.arange(0,30000,1)`, en de  $y$ -as is de verdeling die door je functie `MaxBolzd(m,T)` is uitgerekend. Een voorbeeld van het gebruik van `scipy.integrate.cumtrapz()`:*

```
from scipy import integrate
x = np.linspace(-2, 2, num=20)
y = x*x
y_int = integrate.cumtrapz(y, x, initial=0)
return
```

De Maxwell-Boltzmann verdeling gaat uit van een gas in evenwicht, en heeft dus geen tijds-afhankelijkheid. Voor het gemak gaan we er vanuit dat de verdeling zich iedere second weer herstelt.

- (5) Als de Aardse atmosfeer iedere seconde alle waterstofmoleculen verliest die sneller gaan dan 80% van de ontsnappingsnelheid, hoeveel jaar zal het dan duren voordat de helft van het waterstof uit de atmosfeer is ontsnapt (half-waarde tijd)?
- (6) We gaan nu kijken naar de atmosfeer van Mars. Maak een plot waarin de snelheidsverdelingen van stikstof, zuurstof, water (aangenomen dat water in de gas-fase is) en koolstofdioxide geplot worden bij de temperatuur van Mars. Gebruik hiervoor de formule voor temperatuur die in het hoorcollege gegeven is. Plot met een verticale lijn de ontsnappingsnelheid van Mars. Wat is de half-waarde tijd voor deze vier gassen? Zoek op waar de atmosfeer van Mars voornamelijk uit bestaat. Kun je dit verklaren? *Tip: plot lijnen met het commando `plt.hlines` of `plt.vlines` (er vanuit gaande dat `matplotlib.pyplot` als `plt` geïmporteerd is).*
- (7) In werkelijkheid verliest Mars zijn atmosfeer vele malen sneller dan dat je volgens bovenstaande berekening zou verwachten. Wat zou hiervoor de reden kunnen zijn?