Stralingsprocessen 2010

Werkcollege 5 uitwerkingen

Deel 1 Voor een afleiding zie bijv. *Introduction to Electrodynamics* van Griffiths (EM-boek), pagina 435-438.

De Maxwell vergelijkingen zijn al Lorentz-invariant, net als de Liénard-Wiechert potentialen. Niet alleen de plaats-afgeleide, maar ook de tijds-afgeleide zijn daarom van belang bij het bepalen van het electrisch veld. De tijds-afgeleide van de LW potentialen is verantwoordelijk voor de versnellingsterm ($\propto r^{-1}\partial\beta/\partial t$) in het electrisch veld.

Deel 2 Merk op dat de eerste term sneller afvalt met r dan de tweede term. Er is een r (r_{eq}) waarop beide termen gelijk zijn zodat

$$A(\hat{n}-\vec{\beta})r_{eq}^{-2} = B[\vec{n}\times((\hat{n}-\vec{\beta})\times\dot{\vec{\beta}})]r_{eq}^{-1}. \tag{1}$$

Neem aan dat de snelheid niet relativistisch is en dat alle hoeken loodrecht op elkaar staan. Dan

$$A\,r_{eq}^{-2} \simeq B|\dot{\beta}|r_{eq}^{-1}. \tag{2}$$

We vinden A en B uit Eq. 3.9a (RL):

$$A = q\frac{1-\beta^2}{(1-\beta)^3}, \quad B = \frac{q}{c(1-\beta)^3}. \tag{3}$$

Dus

$$r_{eq} \simeq \frac{A}{B}\dot{\beta}^{-1} = \frac{c(1-\beta^2)}{\dot{\beta}}. \tag{4}$$

De eerste term mag verwaarloosd worden als $r >> r_{eq}$.

Deel 3 Als $\beta << 1$, dan $(\hat{n}-\vec{\beta}) \simeq \hat{n}$. Definieer de hoek θ tussen $\hat{n}$ en $\dot{\vec{\beta}}$. We vinden dan een electrisch veld in de $-\hat{y}$ richting als $\hat{n}$ in the $\hat{x}$-richting staat (volgt uit de cross products), ter grootte van

$$E_{\mathrm{rad}} = B\sin(\theta)\,\dot{\beta}r^{-1}. \tag{5}$$

Als $\beta \approx 1$ dan is het probleem wat complexer. Definieer de volgende hoeken:

$$\alpha = \angle\ \vec{\beta} \text{ met } \hat{n} \tag{6}$$

$$\phi = \angle\ \dot{\vec{\beta}} \text{ met } (\hat{n}-\vec{\beta}) \tag{7}$$

$$\psi = \angle\ \hat{n} \text{ met } (\hat{n}-\vec{\beta})\times\dot{\vec{\beta}} \tag{8}$$

Volgens de cosinusregel

$$|\hat{n}-\vec{\beta}| \simeq 2-2\cos\alpha = 2\sin^2(\frac{1}{2}\alpha) \tag{9}$$

Als we dan alle cross producten nemen staat er voor de grootte van E_{rad}

$$E_{rad} = 2B\dot{\beta}\sin^2(\frac{1}{2}\alpha)\sin(\phi)\sin(\psi)r^{-1}. \tag{10}$$

Ga zelf na onder welke voorwaarden het stralingsveld 0 is.