Stralingsprocessen 2010

Werkcollege 3 uitwerkingen

[a] Zie RL§1.5 voor een beschrijving. Eq. 1.48 (RL) geeft de gemiddelde energie aangenomen dat de energie gekwantiseerd is ($E_n = nh\nu$). Volgens de klassieke benadering daarentegen, wordt de gemiddelde energie gegeven door

$$\begin{aligned}\bar{E} &= \frac{\int dEE\exp(-\beta E)}{\int dE\exp(-\beta E)} = -\frac{\partial}{\partial\beta}\ln(\int \mathrm{dE}\exp(-\beta \mathrm{E})) \\ &= -\frac{\partial}{\partial\beta}\ln(\frac{1}{\beta}) = \frac{1}{\beta} = \mathrm{k_B T}.\end{aligned} \tag{1}$$

Het klassieke equivalent van Eq. 1.50 (RL) is dus

$$u_\nu(\Omega) = \frac{2\nu^2 k_\mathrm{B} T}{c^2}. \tag{2}$$

In de limiet waarin $h\nu << kT$ geven zowel de klassieke als quantumhypothese hetzelfde antwoord, de Rayleigh-Jeans wet.

[b] Laat K en K' inertiaalstelsels zijn. De Lorentztransformatie in de x-richting wordt gegeven door

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \tag{3}$$

waarin

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad \beta = v/c. \tag{4}$$

Laat u de snelheid van het deeltje zijn in K, en u' de snelheid van het deeltje in K'.

$$u' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\gamma(dx - vdt)}{\gamma(dt - \frac{vdx}{c^2})} = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}, \tag{5}$$

en

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}. \tag{6}$$

Hieruit volgt dat als $u' = c$, dan $u = c$. Positie x', en dus γ, kunnen bovendien alleen reeel zijn, waaruit volgt dat $1 - \frac{v^2}{c^2} \geq 0$ en dus $v \leq c$.

Een verandering kan slechts bemerkt worden op punt r na een tijd $\frac{r}{c}$. Voor de potentiaal en het elektromagnetisch veld is slechts de toestand van de bron op de geretardeerde tijd van belang, $t_r = t - \frac{r}{c}$.

Het elektrisch en magnetisch veld van een versneld deeltje worden gegeven door Eq. 3.9 (RL). De snelheidsterm valt af als $\frac{1}{R^2}$, en de versnellingterm valt af als $\frac{1}{R}$. De elektromagnetische flux wordt gegeven door de Poynting vector,

$$P(R) = \oint \vec{S} \cdot d\vec{a} = \frac{c}{4\pi\mu} \oint (E \times B) \cdot d\vec{a}. \tag{7}$$

Het cross product geeft termen $\propto 1/R^2, \propto 1/R^3$, and $\propto 1/R^4$. De eerste is afkomsting van de versnellingstermen. Voor $R \to \infty$ overleeft alleen deze term (merk op dat het oppervlak van een bolschil $\propto R^2$), en kan dus als straling uit het systeem verdwijnen.

Als $\dot{\beta}//n$, dan $n \times \dot{\beta} = 0$ en volgens Eq. 3.9 (RL) en Eq. 7 is de stralingssterkte dus nul. Als $\dot{\beta} \perp n$, dan $n \times \dot{\beta} = |\dot{\beta}|$ en volgens Eq. 3.9 (RL) en Eq. 7 is de stralingssterkte maximaal.